

Hallar la derivada de la siguiente función $\int_a^b \frac{x}{1+t^2+\operatorname{sen}^2 t} dt$

Solución.

$$\text{Sea } \beta(x) = \int_a^b \frac{x}{1+t^2+\operatorname{sen}^2 t} dt.$$

$$\text{Entonces } \beta(x) = \int_a^b \frac{x}{1+t^2+\operatorname{sen}^2 t} dt = x \left(\int_a^b \frac{1}{1+t^2+\operatorname{sen}^2 t} dt \right) = \left(\int_a^b \frac{1}{1+t^2+\operatorname{sen}^2 t} dt \right) x$$

y puesto que la función $f(t) = \frac{1}{1+t^2+\operatorname{sen}^2 t}$ es una función continua en todo $\mathbb{R}$, entonces la

integral $\int_a^b \frac{1}{1+t^2+\operatorname{sen}^2 t} dt$ es un número real.

Por tanto, la función $\beta(x)$ es una recta con pendiente $\int_a^b \frac{1}{1+t^2+\operatorname{sen}^2 t} dt$.

$$\text{Por tanto, } \beta'(x) = \int_a^b \frac{1}{1+t^2+\operatorname{sen}^2 t} dt.$$